Prof. Dr. Alfred Toth

Kategorien, Mengen, Partialrelationen

1. Bekanntlich ist die Peircesche Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

über den drei Fundamentalkategorien M, O und I definiert. Diese sind allerdings als Bezüge, d.h. als Relationen eingeführt (denn Peirce war bekanntlich neben Schröder einer der Begründer der Relationenlogik und wollte damit eine Brücke zwischen Semiotik und Logik bauen). Als solche stellen M, O und I aber natürlich Partialrelationen dar:

$M \rightarrow O$ / $O \rightarrow M$

$O \rightarrow I$ / $I \rightarrow O$

$M \rightarrow I$ / $I \rightarrow M$.

Sollte man also das Zeichen besser in der Form

ZR+ = $((M \rightarrow O), (O \rightarrow I), (M \rightarrow I))$

definieren? – Die Antwort lautet natürlich nein, denn die Anzahl von k-stelligen Partialrelationen einer n-stelligen Relation wird durch die binomische Formel (n / k) bestimmt (vgl. z.B.Menne 1991, S. 152). Wenn wir also die k-1 Konversen weglassen, selbstverständlich auch die 1-stelligen Relationen berücksichtigen, bekommen wir

ZR++ = $(M, O, I, (M \rightarrow O), (O \rightarrow I), (M \rightarrow I), (M \rightarrow O \rightarrow I))$.

Wie man erkennt, ist ZR++ nun zirkulär definiert, denn es ist ja ZR $\subset$ ZR.

Allerdings ist aber auch ZR++ noch unvollständig, denn es fehlt die leere Menge zur Potenzmenge:

$\wp$ZR++ = (M, O, I, (M → O), (O → I), (M → I), (M → O → I), ∅).

2. Die leere Menge benötigen wir nun nicht nur für die Präsemtiotik (vgl. zuletzt Toth 2010), sondern dann, wenn wir die Fundamentalkategorien anstatt als Partialrelationen als Mengen auffassen, denn Bense (1979, S. 53, 67) definierte die Zeichenrelation wie folgt:

ZR* = (M, ((M → O), (M → O → I)),

wobei auch hier ZR ⊂ ZR gilt. ZR* ist eine Verschachtelung einer 1-stelligen, einer 2-stelligen und einer 3-stelligen Relation, so zwar, dass n ⊂ (n+1) ⊂ (n+2) gilt. Damit werden also die Partialrelationen zu Mengeninklusionen, und auch hier benötigen wir die leere Menge allein schon der Vollständigkeit halber. Allerdings ist sie eine 0-stellige Relation, und daher ist ihre Ordnung innerhalb von ZR* nicht festgelegt. So kann also 0 zu M, (M → O) oder zu (M → O → I) treten und sich innerhalb der Teilmengen bzw. Partialrelationen sogar an jede Kategorie hängen. Damit ergeben sich folgende zusätzlichen relationalen Verbindungen:

∅ → M/M → ∅	∅ → (M → O)/(M → O) → ∅	∅ → (M → O → I)
∅ → O/O → ∅	∅ → (O → I)/(O → I) → ∅	mit total 6 Permutationen
∅ → I/O → ∅	∅ → (M → I)/(M → I) → ∅	
	sowie die Konversen:	
	∅ → (O → M)/(O → M) → ∅, usw.	

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

24.8.2010